

**Список основных вопросов к экзамену по
математическому анализу на первом курсе
зима 2003-2004**

1. Теорема о пределе монотонной ограниченной функции.
2. Устойчивость знака непрерывной функции.
3. Теорема о прохождении непрерывной на сегменте функции через любое промежуточное значение.
4. Непрерывность сложной функции.
5. Теорема о существовании, строгой монотонности и непрерывности обратной функции.
6. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (первый замечательный предел).
7. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$ (второй замечательный предел).
8. Достаточное условие непрерывности функции в точке.
9. Производная обратной функции.
10. Производная сложной функции.
11. Производная функции заданной параметрически.
12. Формула Лейбница.
13. Замена переменной в неопределенном интеграле.
14. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
15. Теорема о стягивающейся системе сегментов.
16. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
17. Критерий Коши сходимости последовательности.
18. Предельные точки последовательности. (Два определения и их эквивалентность.)
19. Эквивалентность определений предела функции в точке по Коши и по Гейне.
20. Критерий Коши существования предела функции в точке.
21. Ограниченность непрерывной на сегменте функции (1-ая теорема Вейерштрасса).

22. Достижение точных граней непрерывной на сегменте функцией (2-ая теорема Вейерштрасса)
23. Теорема Кантора.
24. Достаточное условие возрастания (убывания) функции в точке.
25. Точки локального экстремума функции. Необходимое условие экстремума.
26. Теорема Ролля.
27. Формула Лагранжа.
28. Необходимое и достаточное условие монотонности функции.
29. Формула Коши.
30. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
31. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
32. Разложение по формуле Маклорена функции $\ln(1 + x)$.
33. Достаточные условия экстремума функции.
34. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
35. Необходимое условие перегиба графика функции.
36. Достаточные условия перегиба графика функции.
37. Асимптоты графика функций.
38. Критерий Коши сходимости числового ряда.
39. Интегральный признак сходимости ряда с положительными членами.
40. Признак Лейбница сходимости числового ряда.
41. Определение предела функции в точке по Коши.
42. Определение предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$ по Коши.
43. Определение неограниченной в точке функции.
44. Определение бесконечно малой функции в точке.
45. Определение бесконечно большой функции в точке.
46. Определение непрерывной функции в точке.
47. Классификация точек разрыва функции.

48. Определение точной верхней грани функции.
49. Определение производной функции в точке.
50. Определение дифференцируемости функции.
51. Определение дифференциала функции.
52. Определение производной вектор-функции.
53. Определение предела последовательности.
54. Определение бесконечно большой последовательности.
55. Определение неограниченной последовательности.
56. Определение фундаментальной последовательности.
57. Определение предельной точки числовой последовательности.
58. Определение предела функции в точке по Гейне.
59. Определение предела функции $f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$ по Гейне.
60. Определение первообразной и неопределенного интеграла.
61. Определение равномерно непрерывной функции.
62. Определение точки локального экстремума функции.
63. Определение наклонной асимптоты к графику функции.
64. Определение точки перегиба графика функции.
65. Определение направления выпуклости графика функции.
66. Определение условно сходящегося ряда.
67. Определение абсолютно сходящегося ряда.

Пример экзаменационного билета.

1. Теорема о пределе монотонной ограниченной функции.
2. Интегральный признак сходимости рядов с положительными членами.
3. Определение точки локального экстремума функции.
4. Доказать дифференцируемость функции $f(x) = \sin x$.
5. $\int e^{2x}(x^2 + 1)dx$.